

POĽNOHOSPODÁRSTVO

SEPARÁTNY VÝTLAČOK



VEDA, VYDAVATEĽSTVO SLOVENSKEJ AKADÉMIE VIED
BRATISLAVA

**HODNOTENIE RENTABILITY RASTU PSTRUHA POTOČNÉHO
(SALMO TRUTTA M. FARIO) POMOCOU KONŠTANT
BERTALANFFYHO ROVNICE**

ОЦЕНКА РЕНТАБЕЛЬНОСТИ РОСТА РУЧЕВОЙ ФОРЕЛИ (*SALMO TRUTTA
M. FARIO*) С ПОМОЩЬЮ ПОСТОЯННЫХ УРАВНЕНИЯ БЕРТАЛАНФА

GROWTH PROFITABILITY EVALUATION OF BROWN TROUT (*SALMO TRUTTA M.
FARIO*) BY MEANS OF THE CONSTANTS OF THE BERTALANFFY EQUATION

ANDREJ MAKARA

Okresná poľnohospodárska správa, Rožňava
District Agricultural Administration, Rožňava

MAKARA, A.: Growth profitability evaluation of brown trout (*Salmo trutta m. fario*) by means of the constants of the Bertalanffy equation. *Poľnohospodárstvo* 34, 1988, 7, 661–670, 1 tab., 4 fig.

On the example of brown trout (*Salmo trutta m. fario*) from four localities of the Nitra river, a description is given of the computation of the profitability limit of the linear growth l_R through constants l_∞ , K and t_0 of the Bertalanffy growth equation and the possibility is discussed of utilizing this indicator for evaluating the linear growth of fish. The computation was made according to the relation

$$l_R = l_\infty - \frac{l_\infty [1 - e^{K(t_0-1)}]}{2(e^K - 1)}$$

The profitability limit of the linear growth (length of body, where the length increment is equal to 50 % increment in the first growth period) was different (154–205 mm) for brown trout in the single localities. The different profitability limit is likely to be related with various degrees of disturbance of the environment of fish by civilization factor.

Translation: Dr. Ján Nichta

Ing. Andrej Makara, CSc., Okresná poľnohospodárska správa, 048 51 Rožňava, Ša-
fárikova 71

Lineárny rast rýb je nielen jedným z ukazovateľov rybochovnej hodnoty jednotlivých lokalít, ale aj východiskom pre výpočet ďalších parametrov charakterizujúcich príslušné populácie rýb a kvantifikujúcich vplyvy prostredia. Okrem absolútnych hodnôt dĺžkového rastu sa na hodnotenie rastovej intenzity používajú viaceré relatívne ukazovatele, napr. prírastok dĺžky tela v percente dĺžky prvého rastového obdobia, špecifická rýchlosť lineárneho rastu, charakteristika rastu a pod. [4, 6].

Na znázornenie rastu sa stále častejšie používajú aj rôzne matematické rastové modely [13]. Model lineárneho rastu podľa Bertalanffyho [2, 3] charakterizuje dĺžkový rast prostredníctvom troch konštánt — l_{∞} , K , t_0 . Možnosť využitia týchto konštánt pre posúdenie rentability lineárneho rastu podľa Balona [1] na príklade pstruha potočného je predmetom tohto príspevku.

MATERIÁL A METÓDA

Vyhodnocovaný materiál pstruha potočného pochádza zo štyroch lokalít na hornom toku rieky Nitra. Lokalita č. 1 sa nachádzala v obci Nitrianske Pravno, kde má koryto prirodzený charakter a tok je relatívne nepostihnutý znečistením. Lokalita č. 2 bola taktiež na prirodzenom úseku Nitra nad Prievidzou. Ďalšie dve lokality sa nachádzali už na upravenom úseku Nitra — lokalita č. 3 na úseku so staršou reguláciou v Nedožeroch a lokalita č. 4 na úseku s novou tvrdou reguláciou v obci Poluvsie.

Materiál pstruha potočného sa získal pri odlovoch elektrickým agregátom v roku 1978. Vek rýb a rast sa určoval podľa šupín, pre stanovenie dĺžkového rastu sa použila spätná rekonštrukcia rastu metódou Leeovej [cituje Holčík — 5] s matematickým výpočtom dĺžky v jednotlivých rokoch. Podrobnejší popis jednotlivých lokalít, spôsob získavania a vyhodnocovania materiálu uvádza Makara [8].

Pre zobrazenie lineárneho rastu sme použili Bertalanffyho rastový model, [2, 3], ktorý dĺžkový rast vyjadruje rovnicou

$$l_t = l_{\infty} [1 - e^{-K(t-t_0)}] \quad (A)$$

kde l_t je dĺžka tela v čase t

l_{∞} je maximálna hypotetická dĺžka tela

e je základ prirodzených logaritmov

K je konštanta vyjadrujúca rýchlosť zmien lineárnych prírastkov

t_0 je hypotetický vek, pri ktorom sa dĺžka tela rovná nule.

Podrobný postup výpočtu jednotlivých konštánt tejto rovnice uvádza viacero autorov [7, 9, 10].

Bertalanffyho rovnica vyrovnáva rast v jednotlivých rokoch do exponenciálnej krivky, z ktorej je možné určiť teoretickú dĺžku tela v ľubovoľnom čase t , a to aj za hranicami empiricky zistených hodnôt. Z tejto rastovej rovnice je možné odvodením vyjadriť aj teoretický dĺžkový prírastok v ľubovoľnom čase, teda nielen na konci jednotlivých rastových období, podľa vzťahu

$$\Delta l_t = l_{\infty} \cdot (e^K - 1) \cdot e^{-K(t-t_0)} \quad (B)$$

kde Δl_t predstavuje dĺžkový prírastok v čase t

l_{∞} , K , t_0 sú konštanty z rovnice [A].

Tabuľka 1

Absolútne a relatívne ukazovatele lineárneho rastu pstruha potočného (*Salmo trutta m. fario*) z jednotlivých lokalít rieky Nitry

Absolute and relative indices of linear growth of brown trout (*Salmo trutta m. fario*) from single localities of the Nitra river

Ukazovateľ ⁽¹⁾		Lokalita č. ⁽⁸⁾			
		1 Nitrianske Pravno	2 Prievidza	3 Nedožery	4 Poluvsie
lineárny rast (mm) ⁽²⁾	l_1	122	103	101	109
	l_2	170	156	145	152
	l_3	232	210	187	182
prírastok dĺžky tela (mm) ⁽³⁾	Δl_1	122	103	101	109
	Δl_2	48	53	44	43
	Δl_3	62	54	42	30
prírastok dĺžky tela v percente prírastku prvého rastového obdobia ⁽⁴⁾	1	100,0	100,0	100,0	100,0
	2	39,3	51,5	43,6	39,4
	3	50,8	52,4	41,6	27,5
ukazovateľ intenzity lineárneho rastu populácie ⁽⁵⁾	ϕC_1	37,9	43,1	36,3	29,6
konštanty Bertalanffyho rovnice ⁽⁶⁾	l_∞	289	294	226	200
	k	0,515	0,412	0,570	0,769
	t_0	0,026	0,021	0,016	-0,001
hranice rentability ⁽⁷⁾	t_R	2,41	2,75	2,25	1,90
	l_R	205	198	163	154

⁽¹⁾ Index, ⁽²⁾ linear growth, ⁽³⁾ body length increment, ⁽⁴⁾ body length increment in the percentage of the first growth period increment, ⁽⁵⁾ index of the linear growth rate of the population, ⁽⁶⁾ constants of the Bertalanffy equation, ⁽⁷⁾ profitability limit, ⁽⁸⁾ locality

Aj keď je takto vypočítaná hodnota dĺžkového prírastku pre t iné ako celé roky samozrejme čiste len teoretická (vzhľadom na sezónnosť rastu rýb), umožňuje nám vypočítať dĺžku tela, pri ktorej sa lineárny prírastok rovná polovici dĺžkového prírastku dosiahnutého v prvom rastovom období, teda hranicu rentability. Podľa Balona (1) je totiž lineárny rast rýb rentabilný len dovtedy, kým dĺžkové prírastky v jednotlivých rokoch neklesnú pod 50 % prírastku prvého roku.

Pre výpočet hranice rentability l_R je potrebné najprv vyjadriť teoretický vek t_R , pri ktorom sa dĺžkový prírastok rovná polovici prírastku prvého roku:

$$\Delta l_t = 0,5 l_1$$

čiže

$$l_\infty \cdot (e^K - 1) \cdot e^{-K(t-t_0)} = 0,5 \cdot l_\infty \cdot [1 - e^{-K(t-t_0)}]$$

odkiaľ

$$t_R = t_0 - \frac{1}{K} \ln \left[\frac{1 - e^{K(t_0-1)}}{2(e^K - 1)} \right] \quad (C)$$

kde t_R predstavuje vek hranice rentability lineárneho rastu

\ln je prirodzený logaritmus

l_∞ , K , t_0 sú konštanty z rovnice (A).

Dosadením vzťahu pre výpočet veku t_R z rovnice (C) namiesto veku t do Bertalanffyho rovnice (A) možno po úprave vzťah pre výpočet hranice rentability l_R vyjadriť nasledovne:

$$l_R = l_\infty - \frac{l_\infty [1 - e^{K(t_0-1)}]}{2(e^K - 1)}$$

Pokiaľ sú k dispozícii hodnoty príslušných konštant l_∞ , K , t_0 , možno podľa uvedeného vzťahu pri použití elektronických kalkulačiek alebo osobných počítačov rýchlo stanoviť teoretickú dĺžku tela, od ktorej je rast podľa Balona (1) už nerentabilný.

Približnú hranicu rentability možno stanoviť aj graficky (obr. 1): do grafu sa oproti jednotlivým rokom (os x) nanesú dĺžky tela (os y) vypočítané z Bertalanffyho rovnice, ktoré sa spoja príslušnou krivkou. Podobne sa nanesú hodnoty vypočítaných dĺžkových prírastkov ($\Delta l = l_{t+1} - l_t$), pričom prírastok v prvom roku sa rovná približne dĺžke tela v prvom roku (tieto hodnoty sú zhodné len pri podmienke, že $t_0 = 0$). Na osi y sa vyznačí polovica dĺžky tela v prvom roku a z uvedeného bodu sa vedie rovnobežka s osou x . Z priesečníka tejto priamky a krivky spájajúcej dĺžkové prírastky v jednotlivých rokoch sa vztýči kolmice. Priesečník kolmice a rastovej krivky určuje hodnotu hranice rentability lineárneho rastu.

Výpočet l_R pre náš materiál sa prevádzal matematicky na programovateľnej elektronickej kalkulačke Casio fx-180 P.

VÝSLEDKY A DISKUSIA

Lineárny rast pstruha potočného na jednotlivých lokalitách uvádzame v tab. 1. Najväčiu dĺžku tela dosiahol vo všetkých rokoch pstruh potočný z prirodzeného, znečisťovaním relatívne nezaťažovaného úseku rieky Nitry v obci Nitrianske Pravno (lokalita č. 1). U pstruha z ostatných lokalít neboli v prvých dvoch rokoch pozorované podstatné rozdiely v dĺžkach tela, ale v poslednom roku pstruh z neregulovaného úseku Nitry pri Prievidzi (lokalita č. 2) rástol evidentne rýchlejšie, než jedince pochádzajúce z reguláciou upravených lokalít (Nedožery, Poluvsie).

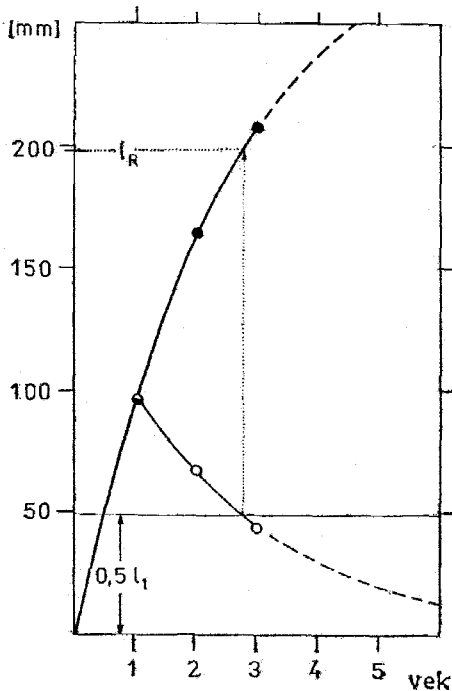
Pri hodnotení relatívnych ukazovateľov najlepšie výsledky sme zaznamenali u pstruha z okolia Prievidze, ktorý mal najvyššie prírastky dĺžky tela v percente prírastku prvého rastového obdobia i ukazovateľ intenzity lineárneho rastu populácie. Aj pri hodnotení rentability rastu podľa Balona (1) je rast pstruha z tejto lokality rentabilný vo všetkých troch rokoch. Rast pstruha z Nitrianskeho Pravna bol nerentabilný v druhom roku a opäť rentabilný v treťom roku. U rýb z regulovaných úsekov Nitry bol rast v posledných dvoch rokoch nerentabilný.

Pokiaľ sme hodnotili rast podľa parametrov Bertalanffyho rovnice, najvyššiu hodnotu hypotetickej maximálne dosiahnuteľnej dĺžky tela (l_∞)

mal apár pstruh z okolia Prievidze. Pri posudzovaní rýchlosti rastu na základe hodnoty K rastovej rovnice podľa H o h e n d o r f o v h o rozdelenia (cituje Pivnička — 10) patrí však pstruh z tejto lokality medzi najpomalšie rastúce. Posledná hodnota t_0 rast v podstate ovplyvňuje len nepatrne. Pri zobrazení príslušných Bertalanffyho kriviek pre ryby z jednotlivých lokalít vidieť (obr. 2), že najlepšie rastie (aspoň v prvých 5–6 rokoch) pstruh potočný z Nitrianskeho Pravna.

Pri hodnotení rastu na základe uvedených ukazovateľov sa teda nedá jednoznačne povedať, v ktorej lokalite je rast pstruha najintenzívnejší, aj keď ryby v upravených úsekoch Nitry rastú zjavne pomalšie ako ryby v prirodzenom koryte. Okrem toho pri niektorých ukazovateľoch dochádza k situáciám, keď pstruh s najväčšími absolútnymi hodnotami lineárneho rastu rastie relatívne najpomalšie. Na takéto prípady pri hodnotení rastu prostredníctvom relatívnych ukazovateľov, najmä u dlhovekých druhov rýb, kriticky poukázali už Sedlár a Geczö (12) a Sedlár (11).

Pri posudzovaní rentabilnosti rastu dochádzalo k prípadom, že rast v jednotlivých rokoch niekoľkokrát presahoval úroveň 50 % dĺžky prvého roka, teda kritérium rentabilnosti rastu (1). Napr. aj pri zobrazení skutočných dĺžkových prírastkov pstruha z nášho materiálu (obr. 3)



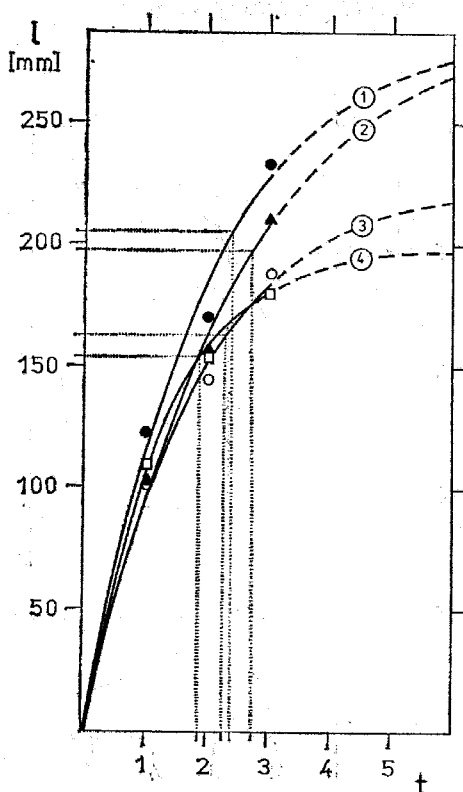
Obr. 1. Grafické stanovenie hranice rentability lineárneho rastu na príklade pstruha potočného z lokality č. 2

Fig. 1. Graphical representation of the profitability limit of the linear growth on the example of brown trout from locality 2

- dĺžka tela z Bertalanffyho rovnice
- body length from the Bertalanffy equation,
- vypočítaný dĺžkový prírastok
- the calculated length increment,
- l_R — hranica rentability lineárneho rastu
- profitability of the linear growth

možno pozorovať, že ku koncu druhého roka prestáva byť prírastok rentabilný, ale tesne pred ukončením tretieho roka opäť dosahuje rentabilitnosť.

Navrhovaná hranica rentability lineárneho rastu l_R vychádza z Bertalanffyho rovnice, ktorá rast (a následne aj prírastky) v jednotlivých rokoch vyrovnáva do pravidelnej krivky. Matematické vyjadrenie rastu vylučuje situáciu, pri ktorej by prírastky niekoľkokrát prevyšovali úroveň 50 % prírastku v prvom rastovom období (obr. 3). Bertalanffyho rovnica zároveň koriguje extrémne hodnoty rastu v jednom roku podľa dĺžok dosiahnutých v ostatných rokoch, a tým aj sčasti odstraňuje neobjektívne hodnotenie rastu kvôli príliš rýchlemu alebo príliš pomalému rastu v prvom roku, na ktoré upozornili už citovaní autori (11, 12). Navrhovaná hranica rentability lineárneho rastu zahrňuje popri tom súčasne obe hodnoty Bertalanffyho rovnice, ovplyvňujúce výsledný rast. Podľa priebehu hodnôt hranice rentability v závislosti od rôznych hodnôt l_{∞} a K (obr. 4) možno konštatovať, že u rýb s nízkou maximálnou hypotetickou dĺžkou má na výslednú hodnotu hranice rentability určujúci



obr. 2. Znáozornenie lineárneho rastu a hranice rentability lineárneho rastu pstruha potočného z jednotlivých lokalít

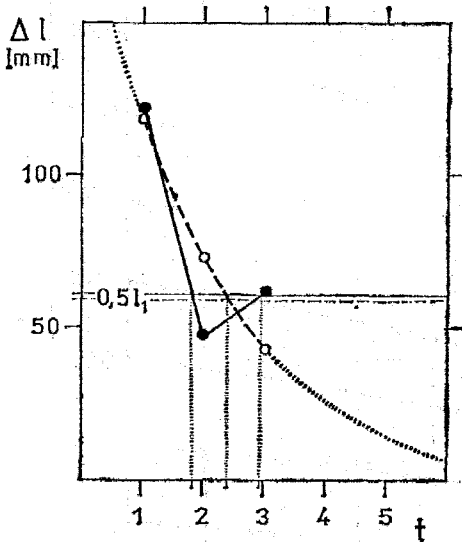
Fig. 2. Representation of the linear growth and profitability limit of the linear growth of brown trout from single localities

1 ● Nitrianske Pravno, 2 ▲ Prievidza, 3 ○ Nedožery, 4 □ Poluvsie

vplyv hodnota l_{∞} (so vzrastajúcou hodnotou K sa l_R mení len nepatrne). S rastúcou hodnotou l_{∞} narastá aj pôsobenie K na výšku hranice rentability.

Pri hodnotení lineárneho rastu podľa dosiahnutej hranice rentability lineárneho rastu (tab. 1) najlepšie výsledky dosiahol pstruh z lokality Nitrianske Pravno a o niečo pomalšie rástol pstruh z okolia Prievidze, čo súhlasí aj s výsledkami zobrazenia rastu pomocou Bertalanffyho kriviek (obr. 2). Pokiaľ rast pstruha na lokalite 1 predstavuje 100 %, rast pstruha z Prievidze, hodnotený hranicou rentability lineárneho rastu, je 96,6 %-ný, rast pstruha v Nedožeroch len 79,5 %-ný a najhorší, 75,1 %-ný je lineárny rast pstruha na úseku rieky s tvrdou reguláciou v Póluvsí. Aj keď na samotný rast pôsobí viacero faktorov, možno predpokladať, že určitý vplyv tu budú mať aj účinky úpravy toku.

Pri porovnaní absolútnych hodnôt i relatívnych ukazovateľov lineárneho rastu s hodnotami l_R možno konštatovať, že hranica rentability lineárneho rastu, ktorá v jednom ukazovateli spája konštanty Berta-



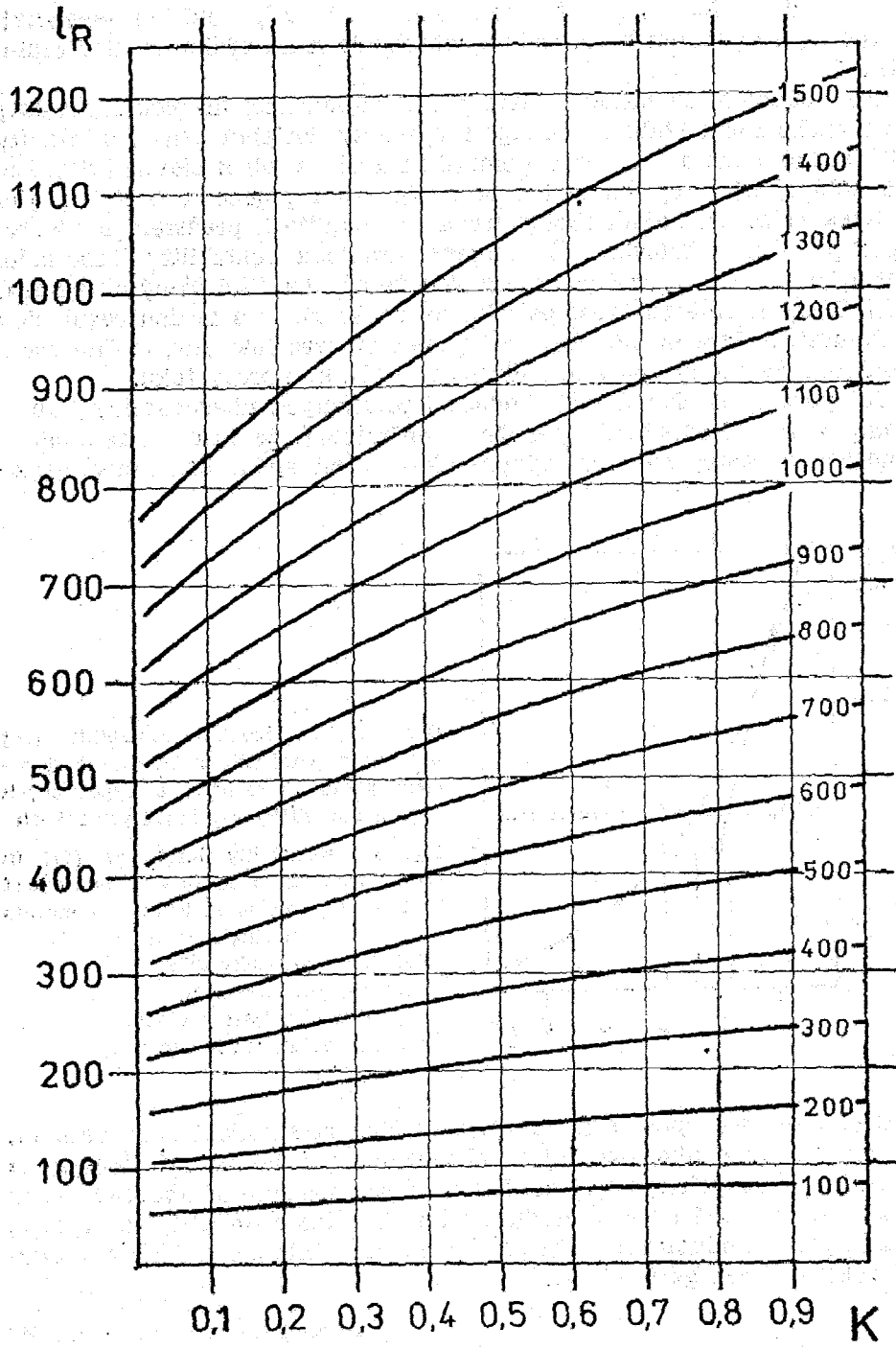
Obr. 3. Vek hranice rentability (t_R) u pstruha potočného z lokality č. 1 určený podľa skutočných a vypočítaných prírastkov dĺžky v jednotlivých rokoch

Fig. 3. Profitability limit age (t_R) in brown trout, from locality 1 determined by true and calculated length increments in single years

- skutočné prírastky dĺžky
true length increment,
- vypočítané prírastky dĺžky
calculated length increments

lanffyho rovnice spolu s niektorými ďalšími relatívnymi ukazovateľmi, sa môže využiť ako doplnujúci ukazovateľ pri hodnotení lineárneho rastu krátkovekých rýb (jej použiteľnosť pre stredno- a dlhoveké druhy rýb bude potrebné overiť). Hodnovernosť hranice rentability sa zvyšuje, pokiaľ pre vyhodnotenie rastu použijeme populácie s približne rovnakými vekovými kategóriami rýb.

Do redakcie došlo 19. marca 1987



LITERATÚRA

1. BALON, E.: Zákonitosti rastu dunajského jalca tmavého; Práce Lab. Rybářstva, Bratislava 1, 1962, s. 117—151. — 2. BERTALANFFY, L.: A quantitative theory of organic growth; Hum. Biol. 10, 1938, s. 181—243. — 3. BERTALANFFY, L.: Quantitative laws in metabolism and growth; Q. Rev. Biol. 32, 1957, s. 217—231. — 4. ČUGUNOVA, N. S.: Rukovodstvo po izučeníju vozrasta i rosta ryb; Izd. AN SSSR, Moskva 1959. — 5. HOLČÍK, J.: Vek a rast lopatky dúhovej západnej (*Rhodeus sericeus amarus*) a poznámky k jednotlivým metódam určovania veku a rastu rýb; Rozpr. Českoslov. Akad. Věd, Řada MPV, 70, 1960, č. 10, s. 4—111. — 6. HOLČÍK, J. — HENSEL, K.: Ichtyologická příručka; Obzor, Bratislava 1972. — 7. LIBOSVÁRSKÝ, J.: Výpočet a uplatnění růstové rovnice Bertalanffyho v ekologickém výzkumu; Vertebr. Zpr. 1978, s. 89—92. — 8. MAKARA, A.: Vplyv niektorých civilizačných faktorov na formovanie ichtyofauny rieky Nitry (kandid. dizert. práca), VŠP, Nitra 1982. — 9. MAKARA, A. — STRÁŇAL, I.: Další poznatky o raste karasa stříbristého na jižním Slovensku; Poľnohospodárstvo 26, 1980, s. 574—588. — 10. PIVNIČKA, K.: Ekologie ryb (scriptum); SPN, Praha 1981.
11. SEDLÁR, J.: Príspevok k poznaniu veku a rastu *Stizostedion lucioperca* L. a *Esox lucius* L. v jazere Lion; Biológia [Bratislava] 26, 1971, s. 627—634. — 12. SEDLÁR, J. GÉCZŐ, V.: Beitrag zur Kenntnis des Alters und Wachstums des Welses (*Silurus glanis* L. 1758 [Osteichthyes: Siluridae]) aus einigen Gewässern der Südslowakei; Věst. Českoslov. Společ. zool. 37, 1973, s. 115—211. — 13. WELCOME, R. L.: River fisheries; FAO Fish. Tech. Pap. 262, Rome 1985.

SÚHRN

Na príklade pstruha potočného (*Salmo trutta m. fario*) zo štyroch lokalít rieky Nitry je popísaný výpočet hranice rentability lineárneho rastu l_R prostredníctvom konštant l_∞ , K a t_0 Bertalanffyho rastovej rovnice a diskutovaná možnosť využitia tohoto ukazovateľa pre hodnotenie lineárneho rastu rýb. Výpočet sa robil podľa vzťahu

$$l_R = l_\infty - \frac{l_\infty [1 - e^{K(t_0-1)}]}{2(e^K - 1)}$$

Hranica rentability lineárneho rastu (dĺžka tela, pri ktorej sa dĺžkový prírastok rovná 50 %-nému prírastku v prvom rastovom období) bola pre pstruha potočného v jednotlivých lokalitách rôzna (154—205 mm). Rozdielna hranica rentability pravde-

Obr. 4. Nomogram pre orientačné stanovenie hranice rentability lineárneho rastu rýb (l_R) v závislosti od rýchlosti zmien lineárnych prírastkov (K) pri maximálnej hypotetickej dĺžke tela (l_∞) od 100 do 1500 mm

Fig. 4. Nomogram for an orientative determination of the profitability limit of the linear growth of fish (l_R) as dependent on the speed of changes of linear increments (K) at the maximum hypothetical body length (l_∞) from 100 to 1500 mm

podobne súvisí s rôznym stupňom narušenia životného prostredia rýb civilizačnými faktormi.

Okresná poľnohospodárska správa, Rožňava

РЕЗЮМЕ

На примере ручьевой форели (*Salmo trutta m. fario*) из четырех мест обитания реки Нитры описано вычисление предела рентабельности линейного роста l_R с помощью постоянных l_∞ , K и t_0 уравнения роста Берталанфа. Рассматривается также возможность использования этого показателя для оценки линейного роста рыб. Вычисление было проведено с помощью уравнения

$$l_R = l_\infty - \frac{l_\infty [1 - e^{K(t_0-1)}]}{2(e^k - 1)}$$

Предел рентабельности линейного роста (длина тела, при которой прирост в длину равен 50 %-ному приросту в первом периоде роста) для ручьевой форели в отдельных местах обитания был различным (154—205 мм). Различный предел рентабельности по всей вероятности связан с различной степенью нарушения среды обитания рыб факторами цивилизации.

Районное сельскохозяйственное управление,
Рожнява

Перевод: д-р Анна Корибаничова